La carte d'embarquement perdue ?

Jean-Paul Delahaye [1]

La rubrique « Récréation informatique » propose une petite énigme algorithmique ou sur un thème de mathématiques discrètes susceptible d'intéresser un lecteur de 1024. La solution est donnée dans le numéro suivant.

Rappel et solution du problème précédent

Dynamiques majoritaires dans les graphes

Considérons un graphe non orienté et sans boucle définissant la relation symétrique « est une connaissance de » entre les membres d'une communauté finie. Une décision doit être prise, par exemple « faut-il rendre l'enseignement du Python obligatoire dès la sixième ? » Chaque personne a un avis, OUI ou NON. Cela définit un premier état du graphe. Plutôt que de compter le nombre de OUI et de NON, chaque membre de la communauté décide d'adopter l'avis majoritaire de ses connaissances. En cas d'égalité entre les OUI et les NON, un membre de la communauté ne change pas d'avis. Cela conduit à un second état du graphe. L'opération est recommencée conduisant à un troisième état du graphe, etc.

Le théorème de Eric Goles et Jorge Olivos [2, 3] indique que les changements d'états du graphe ne peuvent engendrer que deux situations :

— soit cela se stabilise (plus aucun changement d'avis d'un état au suivant),

— soit on tombe sur un cycle d'ordre 2 : il y a deux états possibles du graphe E_1 et E_2 tels que E_1 donne E_2, et E_2 donne E_1.

1. Professeur émérite, université de Lille, campus scientifique, CRISTAL UMR CNRS 9189 Centre de recherche en informatique signal et automatique de Lille, bâtiment ESPRIT, 59655, Villeneuve d'Ascq cedex France. E-mail : jean-paul.delahaye@univ-lille.fr.

Deux questions sont posées au sujet des ces dynamiques majoritaires :

— Est-ce que le résultat de Goles et Olivos reste vrai quant on accepte des graphes ayant une infinité de nœuds ?

— Si un des nœuds (et un seul), au lieu de changer son choix pour le choix majoritaire de ses connaissances, choisit à chaque étape d'adopter le choix minoritaire de ses connaissances, se peut-il qu'on tombe sur autre chose que sur une stabilisation ou sur un cycle d'ordre 2 ?

SOLUTION.

J'ai reçu deux solutions, la première de François Boussion (enseignant en informatique à l'université Savoie-Mont Blanc) et la seconde de Quentin Fortier (professeur d'informatique en classes préparatoires à Besançon). Bravo et merci à eux.

La réponse de Quentin Fortier est la plus simple possible. La voici.

Pour les graphes infinis, le résultat de Goles et Olivos devient faux (cf. figure 1).

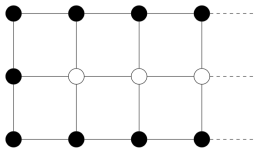

FIGURE 1.

Si un nœud choisit d'adopter le choix minoritaire de ses connaissances, le résultat de Goles et Olivos à nouveau devient faux, car des cycles d'ordre 4 sont maintenant possibles (cf. figure 2).

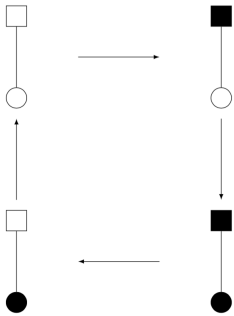

FIGURE 2.

D'autres exemples, résultats, références et démonstrations se trouvent dans [1].

Nouveau problème

LA CARTE D'EMBARQUEMENT PERDUE ?

Les cent passagers du vol Paris-Madrid se présentent à la porte de l'avion un à un. Il y a exactement cent places dans l'avion. Le premier ne trouve plus sa carte d'embarquement et va s'assoir à une place au hasard. Les autres ou bien trouvent leur place libre et l'occupent ou bien si elle occupée vont s'assoir à une place au hasard parmi celles qui sont restées libres.

Quelle est la probabilité pour que le dernier passager à entrer dans l'avion puisse s'assoir à la place qu'indique sa carte d'embarquement ?

Envoyez vos réponses à jean-paul.delahaye@univ-lille.fr. Le nom des premiers lecteurs à me donner la bonne réponse (et à la justifier) seront mentionnés dans le prochain numéro de 1024.

Références

[1] J.-P. Delahaye Faut-il adopter l'avis de ses voisins ? *Pour la science*, décembre 2018, pp. 80–85, 2018. [`http://cristal.univ-lille.fr/~jdelahay/pls/2018/304.pdf`]

[2] E. Goles, J. Olivos. Periodic behaviour of generalized threshold functions. *Discrete mathematics*, 30:2, pp. 187–189, 1980.

[3] E. Goles, J. Olivos. Comportement périodique des fonctions à seuil binaires et applications. *Discrete Applied Mathematics* 3:2, 93–105, 1981.